

Estimation of Bid Curves in Power Exchanges using Time-varying Simultaneous-Equations Models

Kenta Ofuji Member (CRIEPI, ko-ofuji@crieppi.denken.or.jp)

Nobuyuki Yamaguchi Member (CRIEPI, n-yama@crieppi.denken.or.jp)

Keywords: Japan Electric Power Exchange, spot market, time-varying simultaneous-equations models, Kalman filter, structural changes

1. Introduction

The purpose of this paper is to analyze the impacts, and its time-dependency, of the factors that determine the price and quantity auctioned in power exchanges. Conventionally, Simultaneous Equations Models (SEM) have been used to estimate interdependent endogenous variables, typically with Ordinary Least Squares (OLS) which assumes stationarity and thereby does not take into account the time-dependent variations in the equation coefficients. In this paper, we combine State Space Model estimated with Kalman Filter algorithm to capture the time-dependent changes inherent in the market auctioning mechanism. The results that used two input variables (selling and buying bid volumes) showed that the level of contributions to the price and quantity varied over time, exhibiting different trends between the supply and demand functions.

2. The Model and the Estimation Method

With the approximation of the demand and supply curves to linear functions as illustrated in Figure 1, the SEM formulation of the system price p and traded quantity q , using selling bid volumes q_s^M and buying bid volumes q_b^M as the input variables, will be given as:

$$p^S = a_0 + a_1 q^S - a_2 q_b^M + \varepsilon^S \dots\dots\dots (1)$$

$$p^D = b_0 + b_1 q^D - b_2 q_s^M + \varepsilon^D \dots\dots\dots (2)$$

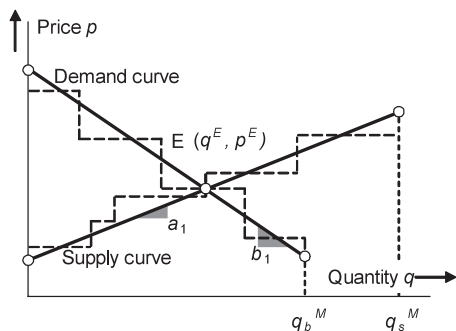


Fig. 1. Approximation of demand and supply curves in JEPX spot market

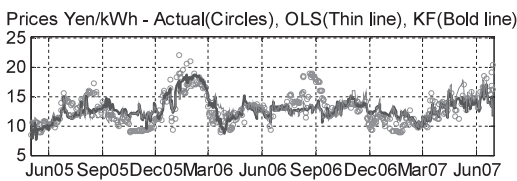


Fig. 2. Price estimation result (OLS: Ordinary Least Squares, KF: Kalman Filter)

for the supply (denoted S) and the demand (D) curves each. ε^S and ε^D represent random noise. The equilibrium (E) price $p^S = p^D = p^E$ and quantity $q^S = q^D = q^E$ are obtained as the solution to Eqs. (1) and (2). In this paper, we let all the coefficients a_i and b_j vary over time to see their time-dependent changes. To estimate this model, we used State Space Model with the standard Kalman Filter algorithm.

The market data for this analysis was sourced from the JEPX website, for business days from May 2005 to June 2007.

3. Results and Discussion

Figure 2 shows the price estimation result. Kalman Filter (KF) estimation yielded a better mean absolute fitting error of 1.89 [Yen/kWh], compared from 2.02 [Yen/kWh] by the OLS estimation. Figure 3 shows the time-dependent variations of the demand and supply curves. As is also shown in the figure, it was found that, while the supply curve mainly changes its slope by about as large as twice of its average, changes in the demand curve's slope is comparatively moderate. On the other hand, the intercept of the supply curve, or the lowest offering price, remains rather stable (standard deviation 0.80 [Yen/kWh] for its mean 11.02 [Yen/kWh]), while that of the demand curve, or the highest asking price, can change more significantly (std.dev. of 5.77 [Yen/kWh] for its mean 19.78 [Yen/kWh]).

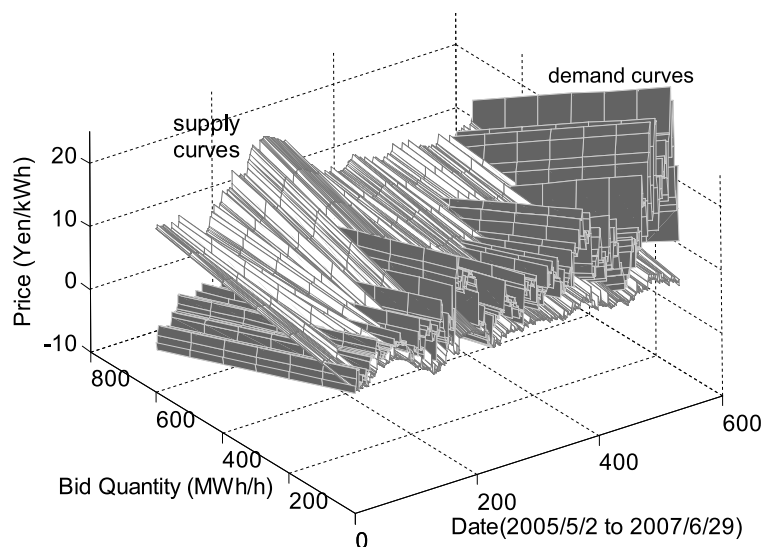


Fig. 3. Time-varying demand and supply curves estimated by time-varying simultaneous-equations model (On-peak commodity (14:00–14:30))

時変係数同時方程式モデルによる電力市場売買応札曲線の推定

正員 大藤 建太* 正員 山口 順之*

Estimation of Bid Curves in Power Exchanges using Time-varying Simultaneous-Equations Models

Kenta Ofuji*, Member, Nobuyuki Yamaguchi*, Member

Simultaneous-equations model (SEM) is generally used in economics to estimate interdependent endogenous variables such as price and quantity in a competitive, equilibrium market. In this paper, we have attempted to apply SEM to JEPX (Japan Electric Power eXchange) spot market, a single-price auction market, using the publicly available data of selling and buying bid volumes, system price and traded quantity. The aim of this analysis is to understand the magnitude of influences to the auctioned prices and quantity from the selling and buying bids, than to forecast prices and quantity for risk management purposes. In comparison with the Ordinary Least Squares (OLS) estimation where the estimation results represent average values that are independent of time, we employ a time-varying simultaneous-equations model (TV-SEM) to capture structural changes inherent in those influences, using State Space models with Kalman filter stepwise estimation. The results showed that the buying bid volumes has that highest magnitude of influences among the factors considered, exhibiting time-dependent changes, ranging as broad as about 240% of its average. The slope of the supply curve also varies across time, implying the elastic property of the supply commodity, while the demand curve remains comparatively inelastic and stable over time.

キーワード：日本卸電力取引所，スポット市場，時変係数同時方程式モデル，カルマンフィルタ，構造変化

Keywords: Japan Electric Power Exchange, spot market, time-varying simultaneous-equations models, Kalman filter, structural changes

1. 背景と目的

現時点でわが国随一の卸電力取引所である日本卸電力取引所（Japan Electric Power eXchange：JEPX）における取引が開始されて2年あまりが経過し、市場への関心や活用度の高まりとともに、価格予測⁽¹⁾や市場構造分析⁽²⁾等に関する研究が近年蓄積されつつある。今後とも市場の厚みの増大と、参加者から見た利便性の向上などが期待されている⁽³⁾。

卸電力市場の先行研究は、海外文献を中心として数多い。Bunn⁽⁴⁾によれば、それらは分析動機をもとにいくつかに分類することができる。価格支配力など市場特性分析に関する研究⁽⁵⁾、系統制約など電力財特有の制約から来る価格への影響に関する研究⁽⁶⁾も数多い中で、同様に代表的なものとしてスポット市場モデリングによる価格予測がある。これに用いるモデルは大きく2つに分類でき、気温や電力需要、予備力など価格を形成すると考えられる各説明要因の

寄与度を評価しようとする計量経済モデル⁽⁷⁾と、価格を時系列データとして捉えた自己回帰（AR）モデルや金融工学モデルなどの時系列確率モデル⁽⁸⁾がある。

本邦の電力自由化に目を向けると、JEPXは海外市場に対してまだ比較的新しく、海外市場に比して入手できるデータの範囲が異なることや、実証分析に堪えるほど十分な取引実績がまだないなどの違いが存在する。このため、先行研究の手法をそのまま適用するには困難な点もある。

そこで筆者らは、JEPX 1日前スポット市場の公開データを素材とし、売り入札と買い入札から価格・約定量が決定されるという同市場の基本的な構造や、その経時的な変化について分析できるモデルの構築を行いたいと考えている。この目的のため、同時方程式モデルを用いた売り入札および買い入札曲線そのものの同定や商品別の価格弾力性値の推定⁽⁹⁾、また時変係数モデルを用いた価格形成要因寄与度の時間変化の推定などを検討してきた⁽¹⁰⁾。

本研究においては、同時方程式モデルを基本とし、これを拡張した時変係数同時方程式モデルを用いてJEPX スポット市場の分析を試みる。これにより、期間全体にわたる売買入札曲線の平均的構造のみならず、その期間内における時間的変化を把握することが可能になると期待される。

* (財) 電力中央研究所 社会経済研究所
〒201-8511 狛江市岩戸北 2-11-1
Socio-Economic Research Center, CRIEPI
2-11-1, Iwado Kita, Komae 201-8511

本論文の構成は次のとおりである。第2章で、時間変化を考慮しない従来の同時方程式モデルとその推定法について記載する。第3章で、時変係数同時方程式モデルを提案し、その構成と推定法について説明する。第4章で、このモデルで JEPX データを用いて需要・供給曲線の時間変化について試算し、結果についての考察を行う。第5章はまとめである。

2. 時間変化を考慮しない同時方程式モデル

〈2・1〉 JEPX スポット市場の同時方程式モデル 均衡市場における価格と供給量のように、相互に依存して同時に決定される複数の内生変数の連立方程式体系からなるモデルとして同時方程式モデル (simultaneous-equations model) がある。同時方程式モデルは、価格・約定量が供給曲線・需要曲線の交点で定まるという市場の基本構造を直接モデル化することができる。

以下、文献(9)に倣い、今回用いる同時方程式モデルの構成について説明する。図1に、本論文で考える JEPX スポット市場の供給曲線と需要曲線の概略を示す。実際の売買入札曲線は特に入札が少ない場合、階段状になっていると思われる(図内の点線)が、簡単のためそれぞれ1次式で近似している。

約定処理によって同時に、かつ相互依存的に定まる内生変数は価格 p および約定量 q である。 p と q の形成に影響を持つと思われる外生変数として、売り投入総量 q_s^M 、買い投入総量 q_b^M を用いると、供給曲線と需要曲線は、それぞれ次式のように表現できる。

$$\text{供給曲線: } p^S = a_0 + a_1 q^S - a_2 q_s^M + \varepsilon^S \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{需要曲線: } p^D = b_0 + b_1 q^D - b_2 q_b^M + \varepsilon^D \dots \dots \dots (2)$$

上添え字の S, D はそれぞれ供給曲線、需要曲線の区別をするための表示である。 ε は誤差項である。(1), (2) 式が構造型方程式 (structural equations) と呼ばれるものとなる。両曲線が交わる点 E で均衡価格 p^E ・均衡約定量 q^E が求

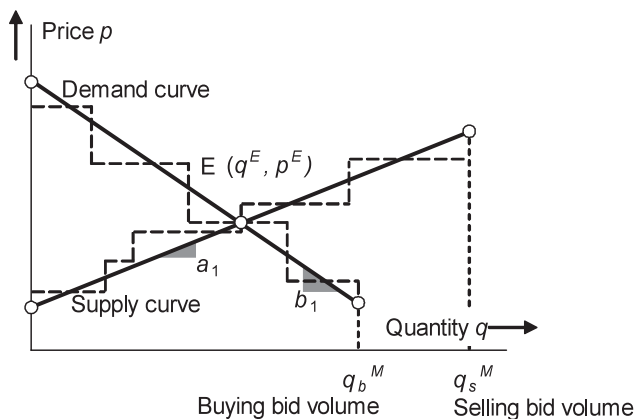


図1 JEPX スポット市場の売買入札曲線近似の概略
Fig. 1. Approximation of demand and supply curves in JEPX spot market

まる。

$$p^S = p^D = p^E, \quad q^S = q^D = q^E \dots \dots \dots (3)$$

〈2・2〉 同時方程式モデルの推定 同時方程式モデルの推定は、構造型方程式の係数 a_i, b_j ($i, j = 1, 2$) を推定することである。しかし、(1) 式および(2) 式をそのまま通常の最小2乗法 (Ordinary Least Squares; OLS) 推定したのでは被説明変数項と ε との間の相関に起因して、推定された係数 a_i, b_j にバイアスが生じる (同時方程式バイアス) ことが知られている。この対策として、本論文では次に述べる間接法 (Indirect Method: IM) によって a_i, b_j を求める。

図1 から $a_1 \neq b_1$ は自然な仮定である。このとき、(1), (2) 式に(3) 式を代入し、内生変数 p^E, q^E に関して解いて、それぞれ

$$p^E = \pi_{10} + \pi_{11} q_s^M + \pi_{12} q_b^M + u_p \dots \dots \dots (4)$$

$$q^E = \pi_{20} + \pi_{21} q_s^M + \pi_{22} q_b^M + u_q \dots \dots \dots (5)$$

の形に書くことができる。 π_{kl} ($k = 1, 2; l = 0, 1, 2$) は構造型係数 a_i, b_j を用いて表現できる係数群で、 u_p, u_q は誤差項である。

(4), (5) 式は誘導型方程式 (reduced-form equations) と呼ばれる。誘導型方程式の特徴は、各々の内生変数 p^E, q^E をそれらと独立な外生変数のみで陽に表しているため、 u_p と p^E 間、および u_q と q^E 間の相関をそれぞれ排除することができる点にある。これにより、いったん(4), (5) 式を推定し誘導型係数 π_{kl} を求め、そこから構造型係数 a_i, b_j を求めるのが間接法である。

本モデルにおいても、誘導型方程式(4), (5)の係数 π_{kl} が定まれば、構造型方程式(1), (2)の係数 a_i, b_j は以下のよう求められる[†]。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \pi_{10} - \pi_{20}(\pi_{12}/\pi_{22}), & a_1 &= \pi_{12}/\pi_{22}, \\ a_2 &= -\pi_{11} + \pi_{21}(\pi_{12}/\pi_{22}) \\ b_0 &= \pi_{10} - \pi_{20}(\pi_{11}/\pi_{21}), & b_1 &= \pi_{11}/\pi_{21}, \\ b_2 &= -\pi_{12} + \pi_{22}(\pi_{11}/\pi_{21}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

〈2・3〉 時間変化を考慮しない場合の推定例 間接法による構造型方程式係数の推定例としてまず、各係数が時間変化せず、OLSで求解できるケースの例を示す。ピーク商品 (14:00-14:30) を例とし、(4), (5) 式の OLS 推定で得た π_{kl} から求めた a_i, b_j を表1に、このときの供給曲線・需要曲線の様相を図2に示す。用いたデータは2005年5月から2007年7月までの JEPX 公開値である。

推定に OLS を用いているので、この結果は取引構造の時間変化を考慮しない、すなわち着目期間全体にわたる平均

[†] このとき、 π_{kl} から a_i, b_j を不足なく定めることができるための構造型方程式(1), (2)の構成条件が発生する。これは識別問題 (identification problem)⁽¹¹⁾ と呼ばれ、通常これに留意しながら構造型方程式の構成を行う。ここでも、構造型方程式(1), (2)が丁度識別 (exactly identified) となるように構成している。

表 1 OLS 同時方程式モデルで推定した構造型方程式の係数 (オンピーク商品 (14:00-14:30))

Table 1. Coefficients of structural equations estimated with OLS (on-peak 14:00-14:30 commodity).

Coefficients of Structural Equations for On-peak commodity (14:00-14:30)					
a_0	[¥/kWh]	14.99	b_0	[¥/kWh]	4.368
a_1	[(¥/kWh)/(MWh/h)]	0.0083	b_1	[(¥/kWh)/(MWh/h)]	-0.0258
a_2	[(¥/kWh)/(MWh/h)]	0.0025	b_2	[(¥/kWh)/(MWh/h)]	-0.0149

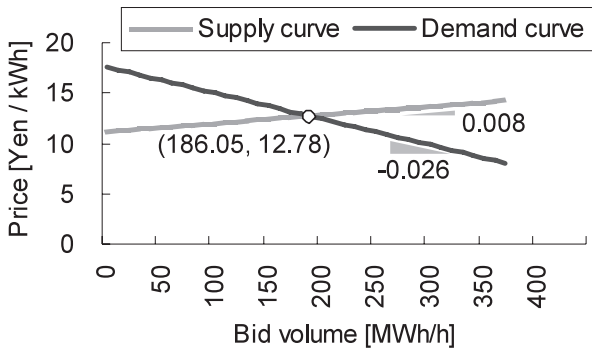


図 2 同時方程式モデルによる平均的な需要・供給曲線の推定例 (オンピーク商品 (14:00-14:30))

Fig. 2. Estimation results of average demand/supply curves by simultaneous-equations model (on-peak 14:00-14:30 commodity).

的な結果を与えている。経済学的な意味から符号制約があるのは $a_1(+)$, $a_2(+)$, $b_1(-)$, $b_2(-)$ である。括弧内はそれぞれ満足すべき符号であるが、いずれも符号条件を満たしている。また、図 2 内に期間の平均約定価格 p^E と平均約定量 q^E の座標を○印で示したが、両商品とも需要・供給曲線の交点とよく一致しており、 p^E および q^E をうまく推定できていることがわかる。

このように、1 次関数による近似ながら、同時方程式モデルを解くことによって需要・供給曲線が推定でき、 q_s^M および q_b^M の各曲線への影響度を定量化できることがわかる。

以下、次章以降の時変係数モデルとの比較のため、OLS で推定したこの静的な同時方程式モデルを、「OLS 同時方程式モデル」と呼ぶことにする。

3. 時変係数同時方程式モデルの構成と推定

ところで、需要・供給曲線は本来、種々の要因により時間に依存して変化しうる性質のものであると考えられる。とくに、価格弾力性に影響を与える需要・供給曲線の傾き a_1 , b_1 もまた、日々入札様相等に依りて変化していると考えられる。

本章以降では、この需要・供給曲線の傾き時不変の仮定を緩め、加えて、すべての係数が時間に応じて変化できるものとする。すなわち誘導型方程式 (4), (5) を時変係数とし、前章同様、間接法で構造型係数を算出する。このようにして、構造型方程式 (1), (2) もまた時変係数となる。以降、(1)~(5) 式中の係数を、すべて時間 n に依存するもの

として読み替え、これらに下添え字 n を付して表すことにする。

この条件下での推定を可能とするため、以下に述べる方法で、間接法とカルマンフィルタを組み合わせる。すなわち、誘導型方程式を状態空間モデルに表現し、それをカルマンフィルタで推定する⁽¹²⁾。こうして得られた誘導型時変係数をもとに、構造型方程式の係数を求める。このような手法は、経済理論の実証分析の分野で、回帰係数の時間変化を前提とした種々のモデルの推定で用いられている⁽¹³⁾。

〈3・1〉状態空間モデル 以下の説明では価格 p_n^E の誘導型方程式 (4) に関するモデルを例にとって説明するが、約定量 q_n^E に関してもまったく同様となる。

状態ベクトル x_n , 観測値ベクトル y_n に対し、状態方程式 (7), 観測方程式 (8) で表される状態空間モデルを考える。

$$x_n = F_n x_{n-1} + G_n u_n \dots \dots \dots (7)$$

$$y_n = H_n x_n + w_n \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 F_n : 状態遷移行列, G_n : 状態ノイズゲイン, u_n : 分散共分散行列 Q_n に従う状態ノイズ, H_n : 観測行列, w_n : 分散共分散行列 R_n に従う観測ノイズである。

いま、(4) 式の係数 π_{1l} の時刻 n における値を $\pi_{1l,n}$ と書く。(7) 式の状態ベクトル x_n に (4) 式の係数群 $\pi_{1l,n} = [\pi_{10,n}, \pi_{11,n}, \pi_{12,n}]^T$ を、(8) 式の観測値ベクトル y_n に p_n^E を選ぶ。文献 (14) 等を参考とし、 $\pi_{1l,n}$ が直前の値に依存しながら定常的変動をするものと仮定して

$$\pi_{1l,n} = \alpha_{1l} \pi_{1l,n-1} + v_{1l,n} \dots \dots \dots (9)$$

(α_{1l} : 定数で $|\alpha_{1l}| < 1$, $v_{1l,n}$: 状態ノイズ) で表される 1 次自己回帰過程に従って推移するものとする[†]と、(4) 式は状態方程式 (7) と観測方程式 (8) の組として、以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \pi_{10,n} \\ \pi_{11,n} \\ \pi_{12,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{10} & & \\ & \alpha_{11} & \\ & & \alpha_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{10,n-1} \\ \pi_{11,n-1} \\ \pi_{12,n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{10,n} \\ v_{11,n} \\ v_{12,n} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (10)$$

$$p_n^E = \begin{bmatrix} 1 & q_s^M & q_b^M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{10,n} \\ \pi_{11,n} \\ \pi_{12,n} \end{bmatrix} + v_{p,n}^E \dots \dots \dots (11)$$

ただし、 $v_{p,n}^E$: 観測ノイズである。

〈3・2〉カルマンフィルタによる推定法と今回用いる仮定 漸化式表現である状態方程式 (10) と観測方程式 (11) は、同じく逐次アルゴリズムであるカルマンフィルタを用いて推定することができる。

その手順は次のとおりである。 $x_n = [\pi_{1l,n}]$, $y_n = p_n^E$ に

[†] 実際には $\pi_{1l,n}$ がどのような時系列的振舞いをするか先験的には与えられない。ここでは簡単のため、自己回帰 1 次項が $\pi_{1l,n}$ の時間的変化の太宗を占めるものとしてモデル化した。より複雑な挙動を仮定する場合には、(10) 式の状態方程式を適宜表現しなおすこととなる。

対し、次に示す [一期先予測] により時刻 $n-1$ において一期先の状態 $\mathbf{x}_{n|n-1}$ を求め、これに観測行列 \mathbf{H}_n を乗じて予測値 $\mathbf{y}_{n|n-1}$ が求まる。次に時刻 n となり実観測値 $\mathbf{y}_{n|n}$ が入手されると、続く [フィルタ] によって $\mathbf{x}_{n|n-1}$ を $\mathbf{x}_{n|n}$ に修正し、次の $\mathbf{x}_{n+1|n}$ の一期先予測に用いる。以下これを時刻 N まで繰り返す。それぞれのアルゴリズムは下記である。

[一期先予測]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{n|n-1} &= \mathbf{F}_n \mathbf{x}_{n-1|n-1} \\ \mathbf{S}_{n|n-1} &= \mathbf{F}_n \mathbf{S}_{n-1|n-1} \mathbf{F}_n^T + \mathbf{G}_n \mathbf{Q}_n \mathbf{G}_n^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

[フィルタ]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_n &= \mathbf{S}_{n|n-1} \mathbf{H}_n^T (\mathbf{H}_n \mathbf{S}_{n|n-1} \mathbf{H}_n^T + \mathbf{R}_n)^{-1} \\ \mathbf{x}_{n|n} &= \mathbf{x}_{n|n-1} + \mathbf{K}_n (\mathbf{y}_n - \mathbf{H}_n \mathbf{x}_{n|n-1}) \\ \mathbf{S}_{n|n} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n) \mathbf{S}_{n|n-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 \mathbf{S}_n は \mathbf{x}_n の分散共分散行列、 \mathbf{K}_n はカルマンゲイン (Kalman gain)、 \mathbf{I} は単位行列を表す。 $n = 1, \dots, N$ である。

最後 (時刻 N) の観測値 \mathbf{y}_N が得られると、すべての観測点の情報を使って $n = N$ から折り返し逆順に、以下の [スムージング] によってスムージング分散共分散行列 \mathbf{A}_n を求め、一期先予測で求めた $\mathbf{x}_{n|n-1}$ よりも精度のよい状態推定値 $\mathbf{x}_{n|N}$ が得られる。

[スムージング]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_n &= \mathbf{S}_{n|n} \mathbf{F}_{n+1}^T \mathbf{S}_{n+1|n}^{-1} \\ \mathbf{x}_{n|N} &= \mathbf{x}_{n|n} + \mathbf{A}_n (\mathbf{x}_{n+1|N} - \mathbf{x}_{n+1|n}) \\ \mathbf{S}_{n|N} &= \mathbf{S}_{n|n} + \mathbf{A}_n (\mathbf{S}_{n+1|N} - \mathbf{S}_{n+1|n}) \mathbf{A}_n^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

今回計算に用いる仮定について2点述べる。まず、カルマンフィルタを実行する際、雑音 $v_{kl,n}$, v_p^n の確率密度分布が必要となるが、今回は雑音がすべて互いに無相関な正規分布に従う ($(v_{kl,n}, v_p^n) \sim N(\mathbf{0}, \text{diag}[\sigma_{kl}^2, \sigma_p^2])$) という、ガウス型カルマンフィルタの標準的近似を仮定する。これにより、対数尤度 (Log Likelihood: LLH) が次の簡便な式で与えられ、これをモデルの推定の良さの指標に用いることができる。

$$LLH = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \log r_{1n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{(\mathbf{y}_n - \mathbf{H}_n \mathbf{x}_{n|n-1})^2}{r_{1n}} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $r_{1n} = \mathbf{H}_n \mathbf{S}_{n|n-1} \mathbf{H}_n^T + \sigma_p^2$ である。

2点目の仮定として、 α_{kl} をすべての k, l について等しいとおき、 $\alpha_{kl} = \alpha$ とする。この仮定は、 σ_{kl} にそれぞれ異なる値を許容することにより結局 π_{kl} にそれぞれ異なる時間変化速度を付与することが出来るので、無理な仮定ではない。

モデルの推定は、 π_{kl} の符号制約の下で、対数尤度最大化を指標として σ_{kl} , σ_p , α を決定することにより行う。具体的には、種々の α 下で σ_{kl} , σ_p を LLH を指標として最適化し、これらのケースから π_{kl} の符号制約をできるだけ広い範囲で満たす α における結果を、LLH を指標として選

んだ。

こうして得られたスムージング推定値 $\mathbf{x}_{n|N}$ を $\pi_{kl,n}$ とし、これを (6) 式に代入して構造型方程式 (1), (2) の係数群 $a_{i,n}$, $b_{j,n}$ を求める。このようにして時変係数同時方程式モデルが推定できる。

4. JEPX データへの適用と結果

以上により準備した時変係数同時方程式モデルを実際の JEPX データに適用し、係数群の時間的な変化について推定し、考察を加える。電力市場データは 2005 年 5 月から 2007 年 6 月までの平日における JEPX 公開値⁽¹⁵⁾ を用いた。

以下、オンピーク 14:00-14:30 商品を例にとり、誘導型方程式係数、構造型方程式係数、需要・供給曲線の時間変化、価格弾力性の時間変化の順に、各推定結果を述べる。なお前節のモデル推定の結果により、 α として 0.995 を採用した。

〈4・1〉 誘導型方程式係数の推定結果

誘導型方程式のうち、価格に関する (4) 式の係数推定例を図 3 に示す。このときの推定結果の概略を表 2 にまとめてある。同表最下段より、カルマンフィルタを用いた本モデルが、OLS によるよりも真値からの平均誤差が小さくなっており、説明力が上がっていることが了解される。

まず図 3 左半面から説明する。売り投入量・買い投入量各係数の推定値 $\pi_{11,n}$, $\pi_{12,n}$ が示されている。売り・買い投入量に細線の直線で併記されているのは比較用の OLS 同時方程式モデルの推定値である。OLS 推定値は時間によらず一定なので定数となっている。図では簡単のためフィルタリング値を省略し、より確度の高い推定値であるスムージング値のみ掲出している。なお、このケースでは、スムージング推定値は買い投入量係数 $\pi_{12,n}$ についての 05 年 7~8 月の約 2 ヶ月間[†]を除き、すべての区間で有意水準 95% 以上であった。図には、その 95% 有意の点を太線で示している。

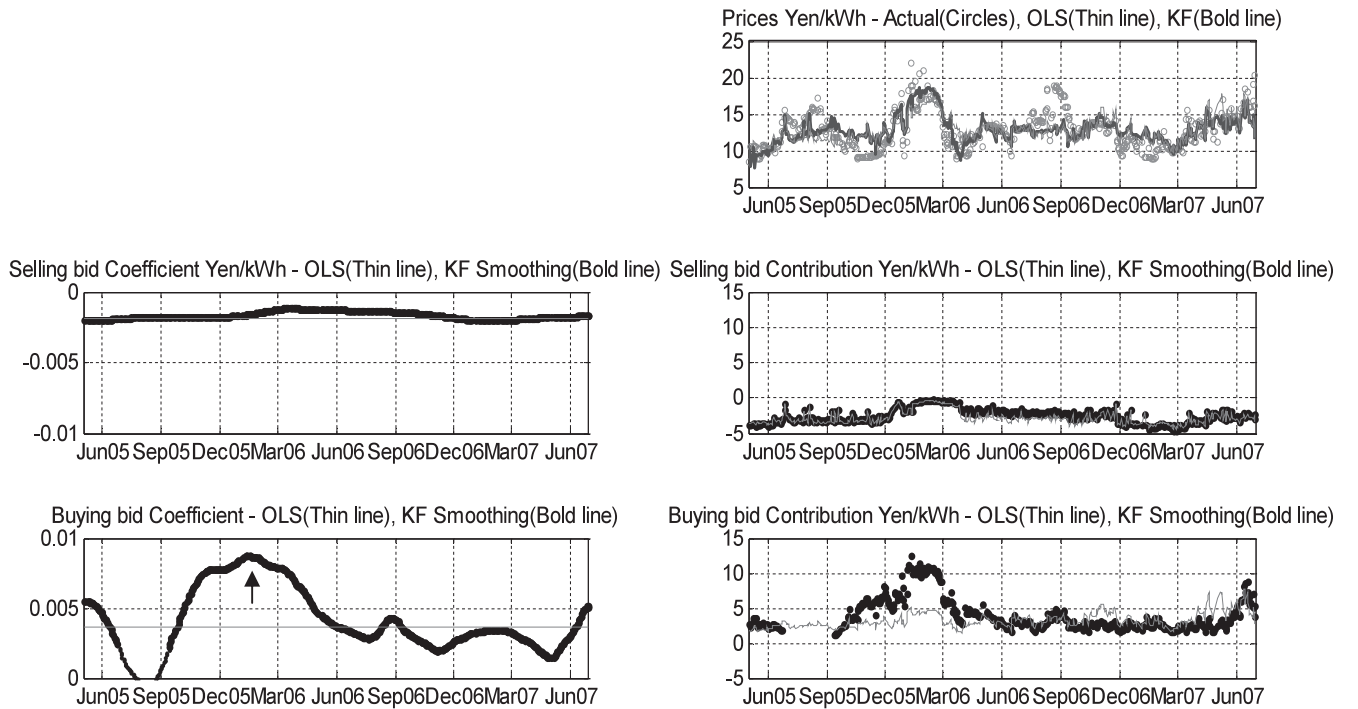
これをみると、売り投入量・買い投入量とも本モデル推定値は、OLS 値の上下で時間変化しているのがわかり、OLS

表 2 価格に関する誘導型方程式推定結果の概略
Table 2. Estimation summary of reduced-form equation for price.

Variable	value
σ_{11} (standard deviation of noise on π_{11})	4.0×10^{-6}
σ_{12} (standard deviation of noise on π_{12})	3.0×10^{-5}
σ_p (standard deviation of noise on p^2)	1.77

Index	value
Log likelihood LLH	-1362.78
Mean error from true prices (Kalman filter, ¥/kWh)	1.89
Mean error from true values (OLS, ¥/kWh)	2.02

[†] $\pi_{12,n}$ の 05 年 7~8 月に関しては、 $\pi_{12,n}$ の標準誤差に相当する $\mathbf{S}_{n|N}$ の第 2 対角成分の値が 0.001 程度と、推定すべき $\pi_{12,n}$ 自身に比して相対的に大きくなり有意水準が低下した。この期間の $\pi_{12,n}$ の真の値は負にならないまでも非常に小さい値であって、推定が困難であったものと推察される。



(左：上から売り投入量時変係数 $\pi_{11,n}$ 、買い投入量時変係数 $\pi_{12,n}$ の各スムージング値。右：上から約定価格、売り投入量寄与 $\pi_{11,n} \times q_{s,n}^M$ 、買い投入量寄与 $\pi_{12,n} \times q_{b,n}^M$)
 (Left panels: time-varying coefficients $\pi_{11,n}$, $\pi_{12,n}$, Right panels, from top: actual and fitted system prices, Selling bid contribution $\pi_{11,n} \times q_{s,n}^M$, Buying bid contribution $\pi_{12,n} \times q_{b,n}^M$)

図3 誘導型方程式係数の推定結果 (価格に関する係数群 (ピーク商品 (14:00-14:30)))

Fig. 3. Coefficients of reduced-form equations for system prices of the on-peak commodity (14:00-14:30).

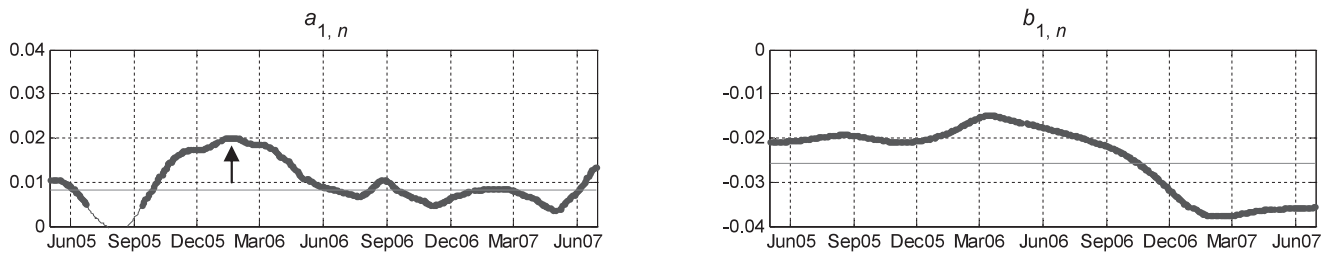


図4 構造型方程式係数のうち、供給・需要曲線の傾き $a_{1,n}$, $b_{1,n}$ の推定結果 (ピーク商品 (14:00-14:30))

Fig. 4. Gradient coefficients, $a_{1,n}$ and $b_{1,n}$, of structural equations of the on-peak commodity (14:00-14:30).

が期間全体の平均値を求めているのに対し本モデルがその間の時間変化を捉えていることが確かめられる。次に変化の度合いについてみてみると、売り投入量係数においてはそれほど大きくないのに比較して、買い投入係数についてははるかに大きく、平均値の240%程度に達するとき(06年1月; 図中矢印)がある。それぞれの絶対値、つまり価格に対する影響度の大きさでみても、買い投入が平均0.0036であるのに対し、売り投入は0.0019と、同じ入札量 [MWh/h] あたりで見たととき買い投入量は価格に対して2倍程度の影響度を有している。このように価格に対する影響は、売り投入に比べて買い投入がかなり高く、その時間変化も顕著であることがわかる。

この影響度の違いを価格への寄与量 [¥/kWh] の形で図示したのが同図の右半面である。上から順に、価格、そのうちの売り投入量の影響 $\pi_{11,n} \times q_{s,n}^M$ 、買い投入量の影響

$\pi_{12,n} \times q_{b,n}^M$ を表示している。ここでも、売り投入量の影響については OLS とほぼ同様の推移となっているのに対し、買い投入量の影響は OLS とかなり違った動きをしている期間がある。代表的なのは 05 年 12 月からの厳冬期 (以下、05 年度冬季と略記) で、本モデルによれば、OLS のケースよりも最大で 5 円近く高い寄与がありえたことを示唆している。

〈4・2〉 構造型方程式係数の推定結果 前節で見た価格のほか、約定量に関する (5) 式についても同様の推定を行って $\pi_{21,n}$, $\pi_{22,n}$ を入手したのち、(6) 式の関係を経典として、構造方程式係数 $a_{i,n}$, $b_{j,n}$ を求めた。このうち、供給・需要曲線の傾きを表す $a_{1,n}$, $b_{1,n}$ の推定結果を図4に示す。比較用 OLS 推定値を細線で示してある。

同図をみると、ここでも $a_{1,n}$, $b_{1,n}$ が OLS 推定値を平均値としてその上下で時間変化している。また、ほとんどの

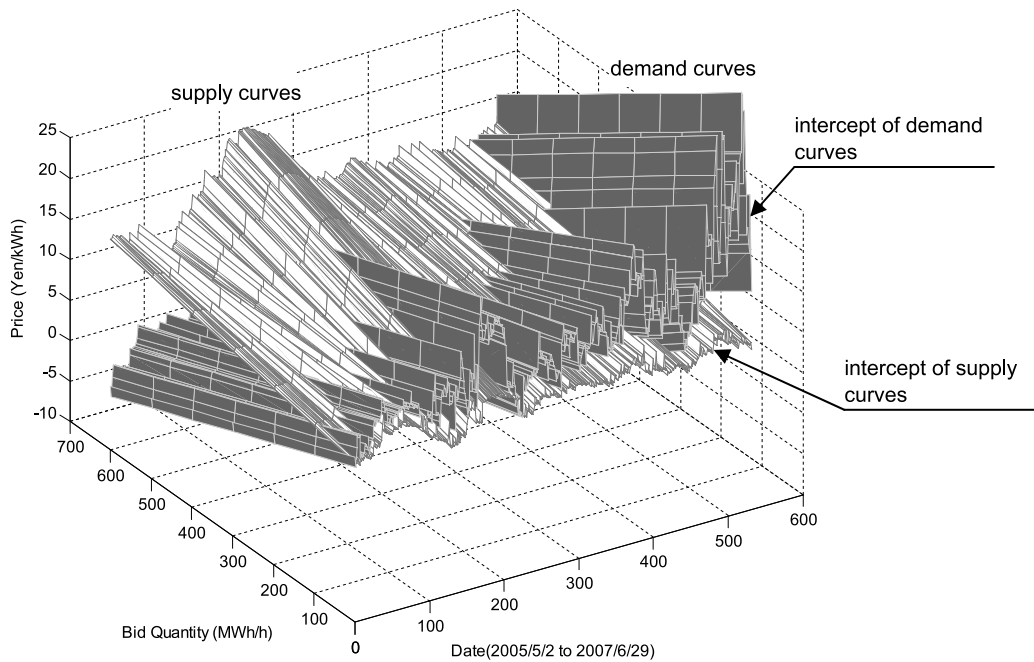


図5 時変係数同時方程式モデルにより推定した需要・供給曲線の時間的推移

Fig. 5. Time-varying demand and supply curves estimated by time-varying simultaneous-equations model (On-peak commodity (14:00–14:30)).

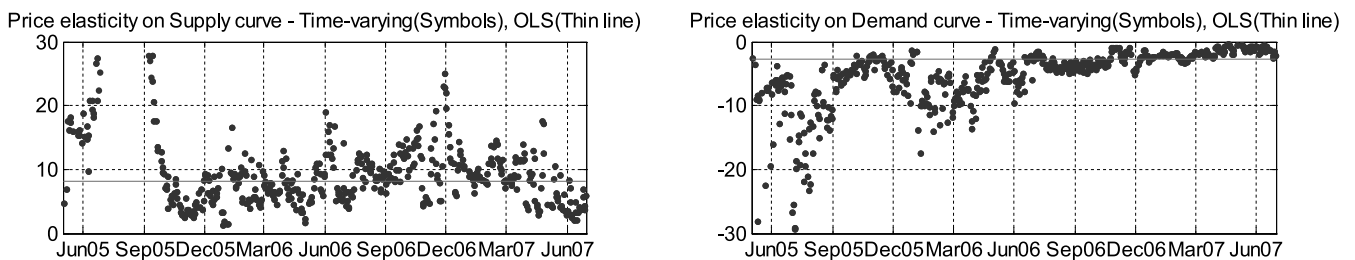


図6 供給・需要曲線各々に関する価格弾力性 η_n^S , η_n^D の推定結果 (ピーク商品 (14:00–14:30))

Fig. 6. Estimated price elasticity values of supply and demand curves, η_n^S and η_n^D , of on-peak commodity (14:00–14:30).

区間で $a_{1,n} > 0$, $b_{1,n} < 0$ と、それぞれの符号制約を満たしている。

供給曲線の傾き $a_{1,n}$ については、最高値をとっているとき (0.0201: 図中矢印) と平均値 (0.0083) とで約 2.4 倍の差があることがわかる。需要曲線の傾き $b_{1,n}$ については、それよりも平均値に対する変化の幅は小さく、図中では平均値 (-0.0258) の約 60~150% の範囲で変動している。これらの値は、図 1 で説明したように、需要・供給各曲線を一次式近似したときの傾きであるから、約定点近傍におけるそれぞれの近似的な傾きを意味している。そして、これらが時間とともに変化するという推定結果になっている。

〈4・3〉 需要・供給曲線の時間変化の推定結果 前節で求めた構造方程式係数群 $a_{i,n}$, $b_{j,n}$ から、1 次式近似ではあるものの、供給曲線や需要曲線の全体形状の時間変化の概略を知ることができる。図 5 にそれを示した。

これをみると、供給曲線側の最低入札価格 (入札量 = ゼ

ロ平面上の価格切片) の推移は、05 年度冬季の一時の高価格傾向を除いて、月による若干の上下動はあるものの、ほとんど一定水準にあることがわかる。05 年度冬季後 07 年 6 月までの供給曲線の最低入札価格は、平均 11.02 円/kWh に対しその標準偏差 0.80 円/kWh と、ばらつきが比較的小さい。すなわち供給曲線の振舞いとして大略、全体入札水準が比較的安定しており、売り入札総量の日々の変化に連動して傾きを変化させる、という変化が中心といえる。

これと対照的に、需要曲線側の最高入札価格 (入札量 = 0 平面上の価格切片) の推移は、同様に 05 年度冬季後 ~ 07 年 6 月において平均 19.78 円/kWh に対し、標準偏差 5.77 円/kWh と、供給曲線のそれに比べてばらつきが大きい。

前節の結果で、供給曲線で相対的に傾きの時間的変化が大きく、需要曲線で傾きの時間的変化が小さかったことと併せて考えると、供給曲線では最低入札価格 (切片) は安定しており、日付に応じていろいろな傾きに変化するとい

う変化の仕方をするのに対し、需要曲線では傾きはそれほど変わらないが、最高入札価格（切片）が日付に応じて大きく変化、つまり市場環境に応じて上下にシフトする、という一般的傾向を持つことを窺わせる。図5はそれに対応した表現になっている。

〈4・4〉 価格弾力性の時間変化の推定結果 以上の結果を利用して、需要・供給曲線それぞれに関する価格弾力性を算出することができる。価格弾力性 η は、 (Q, P) 平面における需要ないし供給曲線の傾きを *slope* と書くと、

$$\eta = (\Delta Q/Q)/(\Delta P/P) = (P/Q)(1/slope) \cdots \cdots (16)$$

と定義されるので、供給・需要曲線の傾き a_1, b_1 が求められれば、直ちに約定点 E 近傍の価格弾力性 η^S, η^D を求めることができる。

(16) 式により、時変値 $a_{1,n}, b_{1,n}$ に対して η_n^S, η_n^D をそれぞれ求めたのが図6である。やはり、OLS モデルの場合と比較して示している。なおこの OLS 推定値は、モデルの定式化が異なるため文献(9)における値とは若干異なっている。

図6からわかる全体的傾向として、供給曲線の価格弾力性 η_n^S は、需要曲線のそれに比べて絶対水準が高く、より弾力的といえる。 η_n^S における細かい変動はおもに(16)式中の Q 、すなわち約定量変動に伴うものである。一方、需要曲線の価格弾力性 η_n^D のほうは06年6月程度までは OLS 推定値よりも弾力的に推移するが、以降1年間程度、次第にばらつきが低下し OLS 推定値とほぼ同水準で非弾力的に推移している。

前節で、供給曲線が主として傾きを変化させ、需要曲線は主として切片を変化させるという傾向を観察した。 η はその定義から需要・供給曲線の傾き *slope* と密接に関係しており、図6の両者の違いは前節と対応する結果となっている。

この分析結果からは、ピーク商品については2006年度以降、買い入札の弾力性はきわめて低いまま推移し、しかもその傾向が強まっているとみられる。市場活性化の観点からは積極的な買い入札の存在も重要であるので、この結果からもさらなる買いの厚みの充実が求められるといえる。

5. まとめ

JEPX スポット市場を例にとり、同時方程式モデルの枠組みをベースとして、これに説明変数係数の時間変化を考慮できる状態空間モデルをカルマンフィルタで推定する方法を組み合わせて、各説明変数の価格形成に対する影響度や需要・供給曲線の形状推定のみならずその時間変化を捉えることを試みた。

その結果、売り投入量・買い投入量を説明変数とした今回のモデルでは、まず価格の決定要因としては総じて買い投入量に影響されること、またその影響度が時間に応じて変化することを示した。次に、需要・供給各曲線が時間とともにその価格切片および傾きを変化させながら推移し、

傾きについては供給曲線における、切片については需要曲線における時間変化が比較的顕著であることを示した。最後に、商品特性の一つである価格弾力性も時間的に変化しており、供給曲線では約定量変化に応じて大きく変化するのに対し、需要曲線については特に昨年度来、ほぼ安定して非弾力的推移傾向にあることを示した。また、これらの時間変化がすべて、平均値である OLS 推定値を中心としてその上下で生じており、本手法によって、OLS 値のまわりの時間変化を知ることができることを確かめた。

今後の展望としては、説明変数として近年高騰が言われている燃料価格などを加えてその影響を見たり、売り・買い投入量が増加/減少した場合のシミュレーション分析を行うなどが考えられる。

(平成19年10月18日受付、平成20年2月22日再受付)

文 献

- (1) For example, H. Nishikawa: "Time Series Analysis of JEPX Spot Price with the Box-Jenkins Method", *IEEJ Trans. PE*, Vol.127, No.7, pp.827-832 (2007-7) (in Japanese)
例えば、西川 寛:「Box-Jenkins 法による JEPX スポット価格の時系列解析」, 電学論 B, 127, 7, pp.827-832 (2007-7)
- (2) For example, S. Machi and H. Hosono: "Factor Analysis of Wholesale Price in the Electric Power Market", Proc. of 2007 Annual Conference of Power & Energy Society, IEE Japan, p.273 (2007) (in Japanese)
例えば、町 秀一・細野英之:「卸電力市場価格の要因分析」, 平成19年電気学会電力・エネルギー部門大会, p.273 (2007)
- (3) 電気事業分科会制度改革評価小委員会報告書 参考資料集: http://www.enecho.meti.go.jp/denkijp/bunkakai/seidokaikaku_hyoka/index.html (2006)
- (4) D.W. Bunn and N. Karakatsani: "Forecasting electricity prices", EMG Working Paper, London Business School (2003)
- (5) For example, T. Mount: "Market power and price volatility in restructured markets for electricity", *Decision Support Systems*, Vol.30, pp.311-325 (2001)
- (6) For example, T.A. Johnsen, S. Verma, and C. Wolfram: "Zonal pricing and demand-side bidding in the Norwegian electricity market", University of California Energy Institute Working Paper PWP-063 (1999)
- (7) For example, S. Vucetic, K. Tomovic, and Z. Obradovic: "Discovering price-load relationships in California's electricity market", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol.16, No.2, pp.280-286 (2001)
- (8) For example, J. Lucia and E. Schwartz: "Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange", *Rev. Derivatives Res.*, Vol.5, pp.5-50 (2002)
- (9) N. Yamaguchi: "An Empirical Study on the Spot Electricity Trading in JEPX using Simultaneous Equations Model", CRIEPI Report, Y06006 (2007) (in Japanese)
山口順之:「同時方程式モデルを用いた JEPX の電力取引動向の実証研究」, 電中研報告, Y06006 (2007)
- (10) K. Ofuji and S. Kanemoto: "Fundamental State Space Time Series Models for JEPX Electricity Prices", *IEEJ Trans. PE*, Vol.128, No.1 pp.57-65 (2008-1) (in Japanese)
大藤建太・兼本 茂:「状態空間モデルを用いた JEPX 価格モデリングの基礎検討」, 電学論 B, 128, 1, pp.57-65 (2008-1)
- (11) For example, W. Greene: "Econometric Analysis", 5th Edition (2003)
- (12) For example, H. Akaike and G. Kitagawa, Ed.: *Practical Time Series Analysis II*, Asakura Shoten, Tokyo (1995) (in Japanese)
例えば、赤池弘次・北川源四郎編:時系列解析の実際 II, 朝倉書店 (1995)
- (13) For example, H. Tanizaki: *Application of State Space Models to Economics—Estimation of Japan-US Macro-Econometric Models using Variable Parameter Models*, Nihon Hyoronsha, Tokyo (1993) (in Japanese)
例えば、谷崎久志:状態空間モデルの経済学への応用—可変パラメータ・モデルによる日米マクロ計量モデルの推定, 日本評論社 (1993)
- (14) G. Kitagawa: *Introduction to Time Series Analysis*, Iwanami Shoten, Tokyo (2005) (in Japanese)
北川源四郎:時系列解析入門, 岩波書店 (2005)
- (15) JEPX ホームページ: <http://jepx.org/>

大藤 建太 (正員) 1972年2月23日生。1996年3月東北



大学大学院修士課程修了(電気・通信工学)。2002年5月Carnegie Mellon大学大学院修士課程修了(経営学)。2006年6月より(財)電力中央研究所社会経済研究所事業経営・電力政策領域協力研究員。事業経営と電力政策に関する研究に従事。日本応用磁気学会武井賞(1996)。エネルギー・資源学会, 日本証券・金融計量・工学学会(JAFEE),

公益事業学会会員。

山口 順之 (正員) 1997年3月北海道大学工学部卒業。1999



年3月同大学大学院工学研究科修士課程修了。2002年3月同大学院工学研究科博士課程修了。2001年4月~2002年3月日本学術振興会特別研究員(DC)。2002年4月(財)電力中央研究所入所。現在, 社会経済研究所に所属。博士(工学)。主として, 電力系統の運用, 経済性評価, 卸電力取引に関する研究に従事。日本オペレーションズ・

リサーチ学会, 日本経済学会, IEEE, IAEE(国際エネルギー経済学会), 会員。